

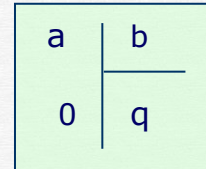
Faire l'activité : [les fractions](#)

I Ecriture fractionnaire d'un quotient

1. Quotient de 2 nombres : Rappel :

Dans la division d'un nombre a par un nombre b , le quotient est le nombre q avec un reste de 0.

On peut écrire $a = b \times q$



2. Autre écriture

Une ficelle de 2m est coupée en 3 morceaux de même longueur. Quelle est la longueur de chaque morceau ?

$$\begin{array}{r}
 2,000 \\
 - 0 \\
 \hline
 20 \\
 - 18 \\
 \hline
 20 \\
 - 18 \\
 \hline
 20 \\
 - 18 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 3 \\
 \hline
 0,666\dots
 \end{array}$$

On pose la division de 2 par 3 et on s'aperçoit qu'il y a toujours le même reste **2**. Le **quotient** est donc **approché** (ce n'est pas un quotient exact).

On peut répondre que chaque morceau mesure environ 0,6m ou 0,66m ou 0,666m

Cependant si on remet les trois morceaux bout à bout, $0,6m \times 3 = 1,8m$

$0,66m \times 3 = 1,98m$

$0,666m \times 3 = 1,998m$ **c'est toujours trop petit**

Si on prend les quotients par excès 0,7 ou 0,67 ou 0,667

$0,7m \times 3 = 2,1m$

$0,67m \times 3 = 2,01m$

$0,667m \times 3 = 2,001m$ **c'est toujours trop grand**

Dans l'activité « les fractions », nous avons vu que $\frac{2}{3} \times 3 = 2$.

Le quotient de 2 par 3 sera donc le nombre $\frac{2}{3}$, c'est **l'écriture fractionnaire** de ce quotient

Le **quotient** d'un nombre a par un nombre b ($\neq 0$) est le nombre q tel que $a = b \times q$. Il peut s'écrire $q = a : b = \frac{a}{b}$ et on a la propriété $\frac{a}{b} \times b = a$
 a s'appelle **le numérateur**
 b s'appelle **le dénominateur** (il est toujours différent de 0)

3. Exemples

Le quotient de 5 par 3 s'écrit $\frac{5}{3}$, c'est le nombre qui multiplié par 3 donne 5. $\frac{5}{3} \times 3 = 5$

Le quotient de 3 par 4 s'écrit $\frac{3}{4}$, c'est le nombre qui multiplié par 4 donne 3. $\frac{3}{4} \times 4 = 3$

On peut dire que :

Le produit d'une fraction par son dénominateur égal à son numérateur

4. Remarques

Certaines fractions ont une écriture décimale exacte

Exemples : $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{3}{2} = 1,5$; $\frac{3}{6} = 0,5$

D'autres fractions ont une écriture décimale approchée

Exemples : $\frac{2}{3} \approx 0,666$; $\frac{5}{3} \approx 1,666$

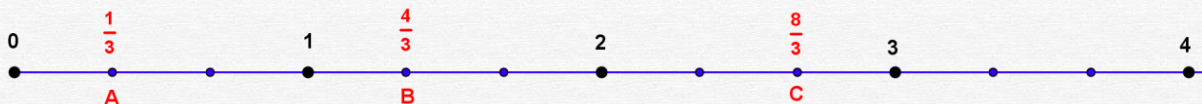
Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction :

Exemples : $4,5 = \frac{45}{10}$; $2,37 = \frac{237}{100}$ voir leçon les nombres (II)

5. Abscisse d'un point sur une droite graduée

Voir leçon les nombres (III)

L'abscisse d'un point sur une droite graduée est le nombre qui repère ce point.



L'abscisse du point A est la longueur du segment [OA], soit $\frac{1}{3}$

De même l'abscisse du point B est la longueur du segment [OB] soit $\frac{4}{3}$

On peut écrire $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$

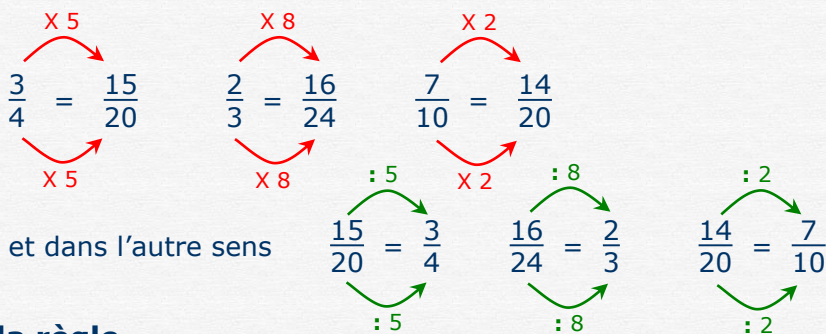
L'abscisse du point C est la longueur du segment [OC] soit $\frac{8}{3}$

On peut écrire $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 3 - \frac{1}{3} = 8 \times \frac{1}{3}$

II Fractions égales

Dans l'activité les fractions (3), nous avons vu que $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, que $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ et $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$

En observant les numérateurs et les dénominateurs, on remarque qu'ils ont été multipliés par un même nombre.



et dans l'autre sens

1. la règle

Un quotient en écriture fractionnaire ne change pas si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre ($\neq 0$)

Phrase que l'on peut traduire par les formules

a, b et k étant des nombres entiers
 $b \neq 0$ et $k \neq 0$ $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$

2. Exemples

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times \dots}{4 \times \dots} =$

On peut multiplier par n'importe quel nombre non nul

$$\frac{48}{36} = \frac{48 : 2}{36 : 2} = \frac{24}{18} \quad \frac{48}{36} = \frac{48 : 6}{36 : 6} = \frac{8}{6} \quad \frac{48}{36} = \frac{48 : \dots}{36 : \dots} =$$

On peut diviser par n'importe quel nombre non nul

La même règle s'applique aussi si les nombres ont une virgule.

$$\frac{3,25}{5} = \frac{3,25 \times 100}{5 \times 100} = \frac{325}{500}$$

Exercices :

Ecrire 5 quotients égaux à $\frac{5}{20}$ et à $\frac{27}{4,5}$

$$\frac{5}{20} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{27}{4,5} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$$

3. Simplifier une fraction

On simplifie une fraction si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre

$$\frac{14}{22} = \frac{14 : 2}{22 : 2} = \frac{7}{11} \text{ est une fraction simplifiée}$$

$$\frac{222}{114} = \frac{222 : 2}{114 : 2} = \frac{111}{57} = \frac{111 : 3}{57 : 3} = \frac{37}{19}$$

On a utilisé les critères de divisibilité

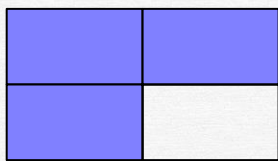
$$\frac{1500}{25000} = \frac{15}{250} = \frac{15 : 5}{250 : 5} = \frac{3}{50}$$

On peut enlever 2 zéros (diviser par 100) puis par 5

III Multiplication d'une fraction par un nombre

1. Exercice corrigé

Représenter une tablette de chocolat par un rectangle et en colorier les $\frac{3}{4}$ qui ont été mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 60g, quelle quantité (en g) a été mangée ?



On doit chercher **les 3/4 de 60**.

On peut diviser 60g par 4 pour trouver la masse du quart puis multiplier par 3 pour trouver la masse des 3/4.

$$\text{Les } \frac{3}{4} \text{ de } 60 = (60 : 4) \times 3 = 15 \times 3 = 45$$

La quantité mangée est de **45g**

Mais il y a 2 autres méthodes qui aboutissent au même résultat

$$\text{Les } \frac{3}{4} \text{ de } 60 \text{ c'est aussi } (60 \times 3) : 4 = 180 : 4 = \mathbf{45}$$

$$\text{ou } 60 \times (3 : 4) = 60 \times 0,75 = \mathbf{45}$$

Calculer les $\frac{3}{4}$ de 60 c'est multiplier 60 par $\frac{3}{4}$

2. La règle

Calculer une fraction d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par la fraction

Les $\frac{3}{4}$ de 60 c'est $60 \times \frac{3}{4} =$

$$(60 \times 3) : 4$$

$$= 180 : 4 = 45$$

$$(60 : 4) \times 3$$

$$= 15 \times 3 = 45$$

$$60 \times (3 : 4)$$

$$= 60 \times 0,75 = 45$$

Les 3 méthodes de calcul

On peut aussi écrire $60 \times \frac{3}{4} = \frac{60 \times 3}{4}$ ce qui nous laisse le choix de la méthode.

3. Exemples :

- Calculer les $\frac{2}{5}$ de 32m

$$\text{C'est } 32 \times \frac{2}{5} = \frac{32 \times 2}{5} = (32 \times 2) : 5 = 64 : 5 = \mathbf{12,8m}$$

Par la 1^{ère} méthode

- Calculer les $\frac{5}{7}$ de 28€

$$\text{C'est } 28 \times \frac{5}{7} = \frac{28 \times 5}{7} = (28 : 7) \times 5 = 4 \times 5 = \mathbf{20€}$$

Par la 2^{ème} méthode

- Calculer les $\frac{45}{100}$ de 120g

$$\text{C'est } 120 \times \frac{45}{100} = \frac{120 \times 45}{100} = 120 \times (45 : 100) = 120 \times 0,45 = \mathbf{54g}$$

Par la 3^{ème} méthode

4. Exercice

Un flacon de parfum de 45mL est rempli aux $\frac{4}{5}$.
Quelle quantité de parfum contient-il ?