PROPORTIONNALITE

I Reconnaitre une proportionnalité

A partir d'un tableau de données

> **Dans un tableau de données,**
> **<u>si</u> le quotient du nombre de la seconde ligne par le nombre de la première ligne est toujours identique**
> **<u>alors</u> ce tableau est un tableau de proportionnalité.**

<u>Remarque</u> : Le coefficient ou le rapport liant les deux lignes d'un tableau de proportionnalité est appelé **<u>coefficient de proportionnalité</u>.**

Exemple : Prix du carburant SP98 (sans plomb 98, prix à adapter en fonction du cours actuel) en fonction du nombre de litre achetés.

Volume en litres	10	20	30	40	50
Prix en euros	13	26	39	52	65

$\times \frac{13}{10}$ $\times \frac{10}{13}$

Coefficient de proportionnalité

Nombre d'en bas / nombre d'en haut

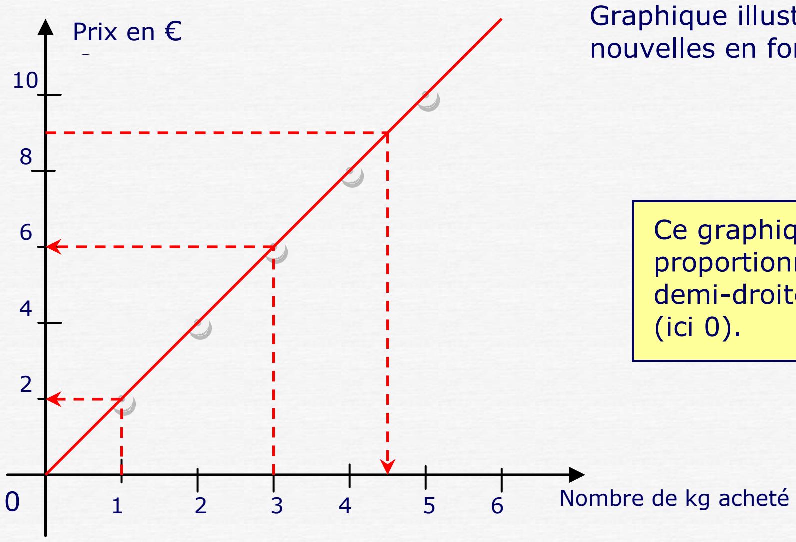
Ici le tableau est un tableau de proportionnalité car le quotient est identique pour chaque colonne ; $\frac{13}{10} = \frac{26}{20} = \frac{39}{30} = \frac{52}{40} = \frac{65}{50}$. Le coefficient de proportionnalité correspond au prix d'un litre de carburant soit 1,30€.

On peut en déduire la formule calcul suivante :
Nombres de litres $\times$ 1,30 = Prix à payer
que l'on peut rapprocher d'une formule plus générale vue en 6ème :

> Prix de 1 $\times$ quantité = Prix total

A partir d'un graphique

> **Dans un graphique,**
> **<u>si</u> la courbe est une demi-droite qui passe par l'origine du repère**
> **<u>alors</u> on se trouve dans une situation de proportionnalité**

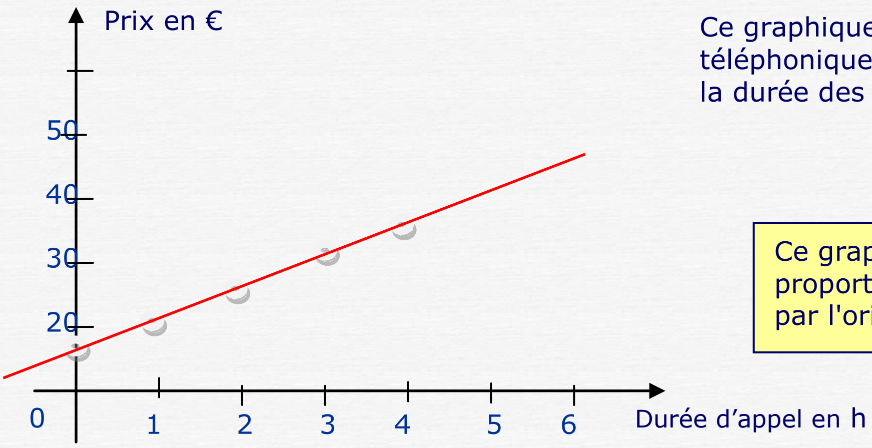


Graphique illustrant le prix des pommes de terre nouvelles en fonction de la quantité achetée.

> Ce graphique illustre bien une situation de proportionnalité car la courbe est une demi-droite passant par l'origine du repère (ici 0).

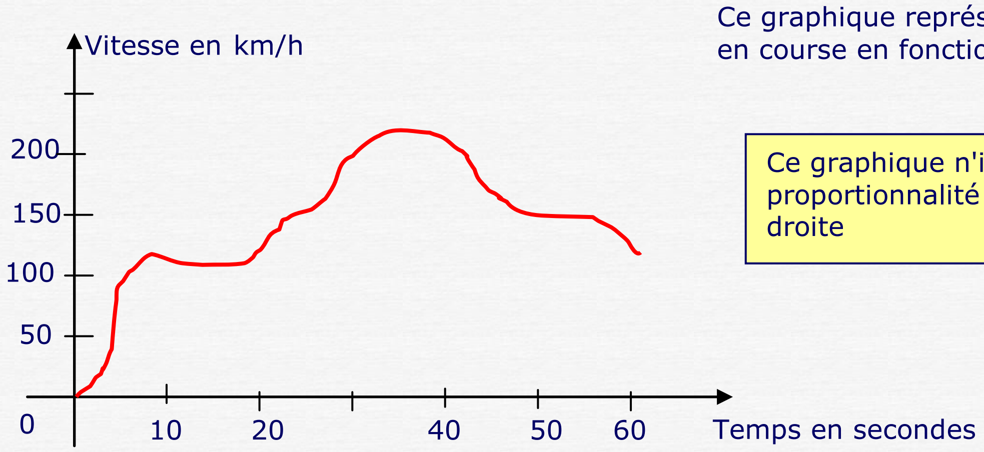
Le coefficient de proportionnalité s'appelle ici le **coefficient de linéarité**. C'est le nombre par lequel on multiplie le nombre de kilos pour trouver le prix à payer.
Le graphique permet de calculer le coefficient de linéarité : par exemple on voit que 1kg coute 2€ donc le coefficient est **2.** (2 : 1 = 2 ou 6 : 3 = 2)
On lit aussi graphiquement que 9€ correspond à 4,5kg de pommes de terre achetées.

Contre-exemples



Ce graphique représente le prix des communications téléphoniques (abonnement compris) en fonction de la durée des appels

Ce graphique n'illustre pas une situation de proportionnalité car la droite ne passe pas par l'origine du repère



Ce graphique représente la vitesse d'une formule 1 en course en fonction du temps

Ce graphique n'illustre pas une situation de proportionnalité car la courbe n'est pas une droite

II Compléter un tableau de proportionnalité.

Exemple 1:

Compléter le nombre manquant (désigné par x) dans ce tableau de proportionnalité.
On dit aussi, trouver la 4ème proportionnelle.

Grandeur A	12	5
Grandeur B	9	x

$\times$ 0,75

Les nombres 12 et 9 nous permettent de calculer le coefficient de proportionnalité. (nombre d'en bas divisé par nombre d'en haut)
C'est 9 : 12 ou $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ ou 0,75

Donc x = 5 × 0,75 = **3,75**

Exemple 2 :

Avec les mêmes grandeurs A et B proportionnelles, trouver le nombre manquant (désigné par y) qui est ici sur la 1ère ligne.

Grandeur A	12	5	y
Grandeur B	9	x	21

$\times$ 0,75   : 0,75

Le coefficient de proportionnalité a été calculé avec 9 et 12, c'est 9:12 = $\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

Dans l'autre sens, on peut diviser par le coefficient de proportionnalité 0,75 mais on peut aussi calculer le coefficient inverse 12:9 = $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

Donc $y = 21 : 0{,}75 = \mathbf{28}$

Ou $y = 21 \times \frac{4}{3} = \frac{21 \times 4}{3} = \mathbf{28}$

Exemple 3 :

Le volume d'eau stocké dans le réservoir du château d'eau Saint PIERRE de CALAIS est proportionnel au temps de fonctionnement des pompes. Compléter les nombres manquants du tableau suivant.

X 2   +

Temps de pompage en h	1	2	y	7	10
Volume d'eau en m^3	130	x	650	z	ℓ

- *On trouve facilement x dans la case jaune en multipliant 130 par 2*
  $x = 130 \times 2 = \mathbf{260}$
  En 2 heures de pompage, on peut stocker 260m^3 d'eau.
- *Pour trouver y dans la case verte, on peut chercher le coefficient de proportionnalité, c'est 130 :1 =* ***130*** *et on divise 650 par ce coefficient donc*
  $y = 650 : 130 = \mathbf{5}$
  Pour stocker 650m^3 d'eau, la pompe doit fonctionner pendant 5 heures.
- *Pour trouver z, dans la case rouge on peut utiliser le coefficient de proportionnalité 130,*
  $z = 7 \times 130 = \mathbf{910}$
  Mais on peut aussi utiliser une méthode d'addition entre la 2ème et la 3ème colonne;
  $7 = 5 + 2$ donc $z = 650 + 260 = \mathbf{910}$
  Si la pompe fonctionne 7 heures, elle stocke 910m^3 d'eau.
- *Pour trouver ℓ, dans la case bleue, plusieurs méthodes sont possibles :*
  - *Le coefficient directeur :* $10 \times 130 = \mathbf{1300}$
  - *La méthode multiplicative en partant de la 1ère colonne* $130 \times 10 = \mathbf{1300}$
  - *La méthode d'addition des colonnes* :
    $1 + 2 + 7 = 10$ donc $\ell = 130 + 260 + 910 = \mathbf{1300}$

  En 10 heures de pompage, il y a 1300m^3 d'eau qui sont stockés.

Remarque: *on peut aussi trouver un résultat par soustraction,* z par exemple
On arrive à 7 en faisant $10 - (1 + 2)$,
on peut donc trouver z en faisant $1300 - (130 + 260) = 910$