

MÉDIATRICES

DANS UN TRIANGLE

I Définition

Revoir le [cours de 6^{ème}](#) sur la médiatrice

La médiatrice d'un segment est une droite qui passe par le milieu de ce segment et qui lui est perpendiculaire.

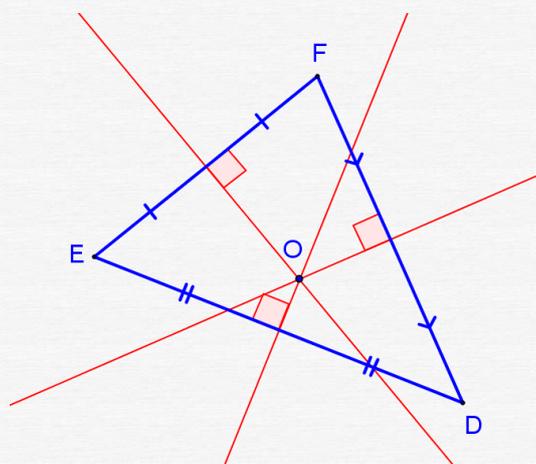
Conséquence : Comme le triangle possède trois côtés on peut donc tracer trois médiatrices dans un triangle.

Exemple :

Construire les 3 médiatrices d'un triangle quelconque EDF, tels que $ED = 5,5\text{cm}$, $DF = 5\text{cm}$ et $EF = 4\text{cm}$

Techniques de construction :

- On cherche le milieu d'un côté, par exemple [ED].
- A l'aide d'une équerre on trace la droite perpendiculaire au côté [ED] passant par ce milieu. Cette droite devient la médiatrice du côté [ED].
- On code la figure (angle droit et longueurs égales)
- On fait la même construction avec les 2 autres côtés.



II Propriétés

1. Propriété admise dans le triangle

Si on trace les trois médiatrices d'un triangle alors elles sont concourantes (elles se coupent au même point).

2. Propriété des points d'une médiatrice

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant (à égale distance) des extrémités de ce segment.

Réciproquement

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment

Soit O le point de concours des médiatrices du triangle EDF .

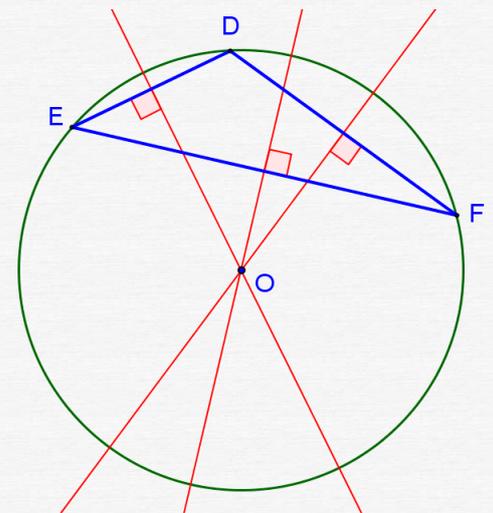
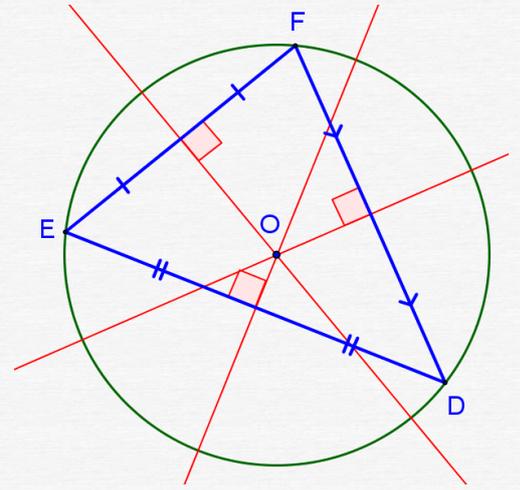
Le point O appartient à la médiatrice de $[ED]$ donc il est équidistant de E et de D et $OE = OD$

De même le point O appartient à la médiatrice de $[EF]$ donc $OE = OF$

En résumé, $OE = OD = OF$. Les points E , D et F sont équidistants de O , ils appartiennent donc à un cercle de centre O . Ce cercle s'appelle le **cercle circonscrit** au triangle EDF

Le point de concours des médiatrices d'un triangle est le centre du cercle circonscrit à ce triangle

Remarque : Ce centre du cercle circonscrit à un triangle peut se trouver en dehors du triangle si celui-ci possède un angle obtus mais la propriété sur les longueurs reste vraie soit $OE=OD=OF=$ rayon du cercle

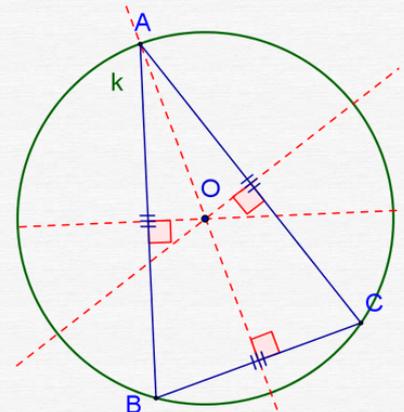


3. Triangles particuliers et médiatrices

Triangle isocèle :

Construire un triangle ABC isocèle en A , ses 3 médiatrices et son cercle circonscrit

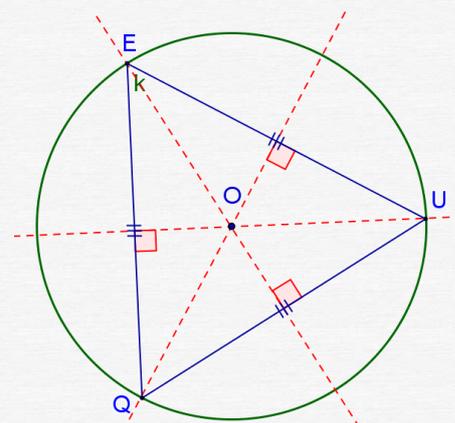
Le triangle ABC est isocèle en A donc $AB = AC$
Le point A est équidistant des points B et C ,
Donc la médiatrice du côté $[BC]$ passe par A



Triangle équilatéral :

Construire un triangle EQU équilatéral de côté 5cm , ses 3 médiatrices et son cercle circonscrit.

Le triangle EQU est équilatéral donc $EQ = EU = QU$
Le point E est équidistant des points Q et U donc il appartient à la médiatrice du côté $[QU]$
On peut prouver de même que la médiatrice du côté $[EQ]$ passe par le point U et que la médiatrice du côté $[EU]$ passe par le point Q .



Si un triangle est équilatéral alors les médiatrices de ses côtés passent par les 3 sommets.

Ces médiatrices sont aussi les bissectrices des angles du triangle et des axes de symétrie du triangle.

Triangle rectangle

On remarque que les médiatrices se coupent au milieu de l'hypoténuse [BC] et que cette hypoténuse [BC] est un diamètre du cercle circonscrit.
Ces propriétés seront étudiées en classe de 4^{ème}

