



I Puissance d'un nombre relatif avec exposant positif

1. Définition

a étant un nombre relatif,
n un nombre entier positif ($\neq 0$)

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

n facteurs

n s'appelle **l'exposant**

aⁿ est une puissance de a et se lit « a exposant n » ou « a puissance n »

2. Exemples

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \text{ (il y a 5 facteurs 2) } \textit{ne pas confondre avec } 2 \times 5 = 10$$

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 27 \text{ } \textit{l'exposant est pair donc le produit est positif}$$

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -27 \text{ } \textit{l'exposant s'applique au nombre 3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$$

cas particuliers : a étant un nombre relatif,

par convention $a^1 = a$ un nombre **sans exposant** est toujours à la **puissance 1**
 $a^0 = 1$ pour tout nombre $a \neq 0$, **$a^0 = 1$**

a^2 se lit « a au carré »

a^3 se lit « a au cube »

3. Utilisation de la calculatrice

Pour calculer 2^5 modèle Casio $2 \quad x^{\square} \quad 5 = \longrightarrow$ affichage 32

modèle TI $2 \quad \square \quad 5 =$

on trouve parfois $2 \quad \square \quad 5 =$ ou $2 \quad x^y \quad 5 =$

4. Puissances de 10

La définition est la même lorsque $a = 10$

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \text{ 00} \dots \text{ 00}}_{n \text{ zéros}}$$

n facteurs

n zéros

Exemples : $10^2 = 10 \times 10 = 100$ (il y a 2 zéros)

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10 \text{ 000} \text{ (il y a 4 zéros)}$$

$$10^{10} = 10 \times 10 \times \dots \times 10 \text{ (il y a 10 facteurs 10)}$$

$$= 10 \text{ 000 000 000} \text{ (il y a 10 zéros)}$$

10^6 c'est 1 million, 10^9 c'est 1 milliard

Comment multiplier un nombre par une puissance de 10 ?

Exemple :

$$23,5275 \times 10^3 = 23 \text{ 527,5} \text{ } \textit{On déplace la virgule vers la droite (ici de 3 rangs)}$$

$$1,8 \times 10^4 = 18 \text{ 000,0} = 18 \text{ 000} \text{ (ici de 4 rangs)}$$

II Puissance d'un nombre relatif avec exposant négatif

1. Définition

a étant un nombre relatif non nul
n un nombre entier positif ($\neq 0$)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a^{-n} \text{ est l'inverse de } a^n$$

2. Exemples

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

3. Cas particulier

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$4^{-1} = \frac{1}{4}$ c'est l'inverse de 4 comme **a^{-1}** est l'inverse de **a**

4. Puissances négatives de 10

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0, \underbrace{00\dots01}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$$

n chiffres après la virgule

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1 \quad (\text{un dixième})$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01 \quad (\text{un centième})$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001 \quad \text{il y a 3 chiffres après la virgule, le dernier est 1. (un millième)}$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0,000\,001 \quad \text{il y a 6 chiffres après la virgule, le dernier est 1 (1 millionième)}$$

Comment multiplier un nombre par une puissance négative de 10 ?

Exemples :

$$123,5 \times 10^{-2} = 1,235$$

$$5,37 \times 10^{-3} = 0,00537$$

On déplace la virgule vers la gauche (ici de 2 rangs)
(ici de 3 rangs)

III Ecriture scientifique d'un nombre décimal

Un nombre décimal peut s'écrire de différentes façons sous la forme $a \times 10^n$

Exemples : $23\,500 = 235 \times 10^2 = 23,5 \times 10^3 = \mathbf{2,35 \times 10^4}$ est l'écriture scientifique

$0,0087 = 87 \times 10^{-4} = \mathbf{8,7 \times 10^{-3}}$ est l'écriture scientifique.

$-1995 = -199,5 \times 10 = -19,95 \times 10^2 = \mathbf{-1,995 \times 10^3}$ est l'écriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^n$, le nombre a ayant un seul chiffre avant la virgule ($\neq 0$) et n étant un nombre relatif.

Quelques préfixes :

10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
téra	Giga	méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano	pico
T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ (mu)	η (nu)	p

IV Calculs avec les puissances

1. Règles et exemples

a et **b** désignent deux nombres relatifs non nuls, **n** et **p** désignent deux nombres entiers relatifs :

Les règles de calculs :

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(10^n)^p = 10^{n \times p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
----------------------------	-----------------------------	------------------------------	-----------------------------------	--

Exemples : $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

$$10^7 \times 10^{-9} = 10^{7+(-9)} = 10^{-2}$$

$$\frac{7^4}{7^3} = 7^{4-3} = 7^1 = 7$$

$$\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$$

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$\frac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2} = 0,01$$

$$(10^2)^5 = (10)^{2 \times 5} = (10)^{10}$$

$$(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32}$$

2. Règles de priorité

En l'absence de parenthèses, on calcule dans l'ordre

- les puissances
- les produits et quotients
- les sommes et différences

exemples :

$7 - 4 \times 5^2 =$
$7 - 4 \times 25 =$
$7 - 100 =$
-93

$7 - 5^2 \times (19 - 3 \times 7)^3 =$	<i>les calculs entre parenthèses sont prioritaires</i>
$7 - 5^2 \times (19 - 21)^3 =$	
$7 - 5^2 \times (-2)^3 =$	<i>les puissances</i>
$7 - 25 \times (-8) =$	<i>le produit</i>
$7 - (-200) =$	
$7 + 200 =$	
207	

3. Exercices et problèmes:

1) (d'après Brevet) On donne l'expression $E = \frac{8 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-3}}$

Calculer E et donner le résultat en écriture décimale

Donner l'écriture scientifique du résultat.

2) Une fourmi mesure en moyenne 2 mm de long. Combien de fourmis devraient-elles se mettre en file indienne pour faire le tour de la terre ?

Réponse à 1 milliard près.

(la formule de la longueur d'un cercle est $L = 2 \pi R$)

on prendra 6400 km pour le rayon de la terre et 3,14 pour la valeur de π)

3) Une « année lumière » est la distance parcourue en un an par la lumière.

Calculer cette distance sachant que la lumière se propage à la vitesse de 300 000 km par seconde. (Réponse en écriture scientifique)