

PROPORTIONNALITE

I Grandeurs proportionnelles

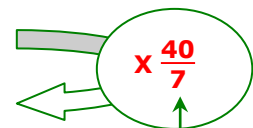
Faire l'activité sur la proportionnalité

1. Définition :

Deux grandeurs dans un tableau sont proportionnelles si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

Grandeur A	3,5	21	35
Grandeur B	20	120	200



Coefficient de proportionnalité

Pour trouver le coefficient, on calcule le $\frac{\text{nombre d'en bas}}{\text{le nombre d'en haut}}$

$$\frac{20}{3,5} = \frac{20 \times 2}{3,5 \times 2} = \frac{40}{7}$$

$$\frac{120}{21} = \frac{3 \times 40}{3 \times 7} = \frac{40}{7}$$

$$\frac{200}{35} = \frac{5 \times 40}{5 \times 7} = \frac{40}{7}$$

Remarques :

- Le coefficient peut être un nombre entier, décimal ou en écriture fractionnaire.
- On peut aussi passer de la ligne d'en bas à la ligne d'en haut en multipliant par un coefficient qui sera l'inverse du précédent.

$$20 \times \frac{7}{40} = 3,5$$

$$120 \times \frac{7}{40} = 21$$

$$200 \times \frac{7}{40} = 35$$

2. Utilisation du produit en croix :

Pour calculer une quatrième proportionnelle, il n'est pas indispensable de trouver le coefficient. On peut utiliser l'égalité des produits en croix.

Grandeur A	3,9	x
Grandeur B	21	49

$$21 \times x = 3,9 \times 49$$

$$x = \frac{3,9 \times 49}{21} = 9,1$$

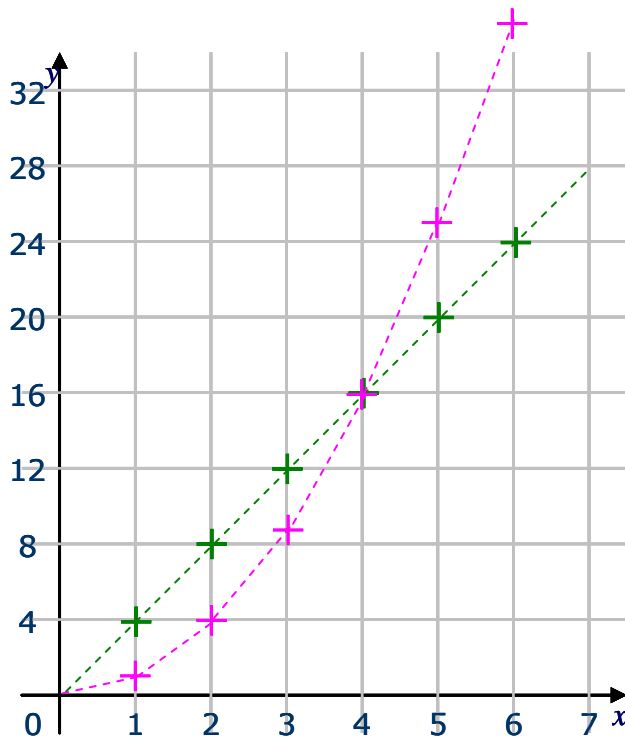
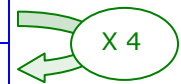
II Représentation graphique

L'activité nous a montré et nous admettrons plus généralement que

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère

Nous allons représenter le périmètre d'un carré en fonction de la longueur du côté ainsi que son aire dans le même repère.

Longueur du côté en cm	1	2	3	4	5	6
Périmètre du carré en cm	4	8	12	16	20	24
Aire du carré en cm ²	1	4	9	16	25	36

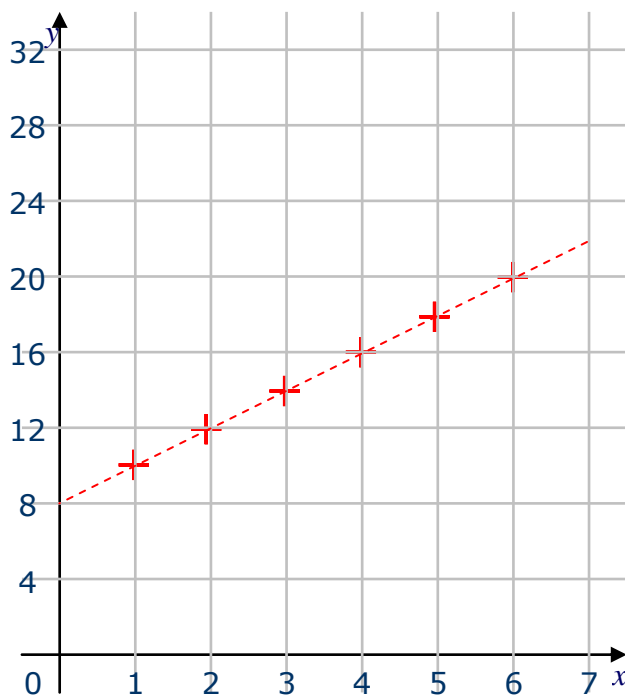


Le **périmètre** du carré est proportionnel à la **longueur de son côté**. Le coefficient est **4**. $P = c \times 4$.

Les points de sa représentation graphique sont alignés sur une **droite** qui passe par l'origine.

L'**aire** du carré n'est pas proportionnelle à la longueur du côté. Les points de sa représentation graphique **ne sont pas alignés**.

Dans la représentation graphique ci-dessous, les points sont alignés sur une droite qui ne passe pas par l'origine. Cherchons s'il y a un coefficient de proportionnalité.



La lecture des coordonnées des points permet de compléter le tableau suivant

Grandeur A	1	2	3	4	5	6
Grandeur B	10	12	14	16	18	20

Il n'y a pas de coefficient unique pour passer de la 1^{ère} à la 2^{ème} ligne. En effet,

$$\frac{10}{1} \neq \frac{12}{2} \neq \frac{14}{4} \neq \dots$$

Ce graphique **ne représente pas une situation de proportionnalité** car les points **ne sont pas alignés avec l'origine du repère**

III Calcul d'un pourcentage

1. Mise au point : le signe % (pour cent) traduit une fraction de dénominateur 100.

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,10 \text{ c'est aussi } \frac{1}{10}$$

$$50\% = \frac{50}{100} = 0,50 \text{ c'est aussi } \frac{1}{2} \text{ ou la moitié}$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

2. Appliquer un pourcentage à un nombre

➤ **exemple1**

Un fromage contient 40% de matière grasse
(il y a 40g de matière grasse dans 100g de fromage).
Quelle quantité de matière grasse y a-t-il dans un fromage de 225g ?

Il faut **calculer les 40% de 225g** : c'est **multiplier 225g par 40%**

40% de 225 c'est $225 \times 40\% = 225 \times \frac{40}{100} = 225 \times 0,40 = 90$

Réponse : Il y a **90g** de matière grasse dans un fromage de 225g.

➤ **exemple2**

Calculer les 15% de 120. $120 \times \frac{15}{100} = \mathbf{18}$

Calculer les 5% de 2450. $2450 \times \frac{5}{100} = \mathbf{122,5}$

➤ **On retiendra** quelques pourcentages particuliers :

50% d'un nombre, c'est sa moitié (on divisera par 2)

25% d'un nombre, c'est son quart (on divisera par 4)

10% d'un nombre, c'est son dixième (on divisera par 10).

➤ **Exercice :**

Tristan touche un salaire de 1000€ en décembre. A sa grande surprise, son patron lui propose une augmentation de 10% pour le mois de janvier. Malheureusement, les affaires n'ont pas été florissantes en ce début d'année et en février, son salaire subit une baisse de 10%.
Retrouvera t-il le même salaire qu'en décembre ?

3. Calculer un pourcentage

A la rentrée 2009, il y avait 119 élèves en 4^{ème} dans notre collège. Sachant que 22 élèves ont choisi la LV2 allemand, calculer le pourcentage d'élèves qui ont choisi la LV2 allemand.

Le nombre d'élèves ayant choisi LV2 allemand est proportionnel au nombre d'élèves de 4^{ème}. On peut résoudre le problème à l'aide d'un **tableau de proportionnalité** ou par le raisonnement de la **règle de trois**.

➤ **Tableau de proportionnalité**

Nombre d'élèves en 4 ^{ème}	119	100
Nombre d'élèves en LV2 allemand	22	x

L'égalité des produits en croix donne $x \times 119 = 22 \times 100$
 $x = \frac{22 \times 100}{119} \approx 18,5$

Réponse : Il y a **18,5%** des élèves qui ont choisi la LV2 allemand

➤ **Règle de trois**

On met en relation les nombres $22 \xrightarrow{\hspace{2cm}}$ 119
 $x \xrightarrow{\hspace{2cm}}$ 100

22 élèves sur 119 font LV2 allemand

pour 1 élève de 4^{ème}, 119 fois moins donc $\frac{22}{119}$

et pour 100 élèves de 4^{ème}, 100 fois plus donc $\frac{22}{119} \times 100 \approx 18,5$

Réponse : Il y a **18,5%** des élèves qui ont choisi la LV2 allemand

Exercice :

A la rentrée 2009, il y avait 501 élèves inscrits au collège.
Sachant qu'il y en avait 119 en 4^{ème}, quel est le pourcentage
d'élèves de 4^{ème} dans notre collège ?