

NOMBRES ENTRIERS

RELATIFS EN FRACTIONNAIRE

I Egalité de 2 quotients

1.

Un quotient de 2 nombres relatifs ne change pas lorsqu'on le multiplie ou l'on divise le numérateur et le dénominateur par un même

$$\frac{a}{b} = \frac{axk}{bxk} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$$

Exemples :

$$\begin{array}{ccccccc} & \xrightarrow{\times 10} & \xrightarrow{:2} & \xrightarrow{:3} & \xrightarrow{\times -1} & & \\ -\frac{1,8}{4,2} & = & -\frac{18}{42} & = & -\frac{9}{21} & = & -\frac{3}{7} = -\frac{-3}{7} \\ & \xrightarrow{\times 10} & \xrightarrow{:2} & \xrightarrow{:3} & \xrightarrow{\times -1} & & \\ & & & & & & \end{array}$$

Ces 6 quotients représentent le même nombre relatif dont l'écriture décimale approchée est $-3 : 7 \approx -0,43$

Simplifier $\frac{49}{21} = \frac{7 \times 7}{7 \times 3} = \frac{7}{3}$ \longrightarrow $\frac{7}{3}$ est une **fraction irréductible** car on ne peut plus diviser

On simplifie par 7

Transformer en fraction $\frac{2,2}{6,61} = \frac{220}{661}$

Rappel : On appelle fraction, une écriture fractionnaire dans laquelle le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers

On multiplie (les 2 nombres) par 100

2. Le produit en croix

a, b, c et d étant 4 nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$

C'est l'égalité des **produits en croix**

Et réciproquement

Si $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Exemples : On peut vérifier si les 2 fractions $\frac{17}{15}$ et $\frac{221}{195}$ sont égales en calculant les 2 produits 17×195 et 15×221 . Ces 2 produits sont égaux à 3 315, on peut donc conclure :
 $17 \times 195 = 15 \times 221$ donc $\frac{17}{15} = \frac{221}{195}$

Trouver le nom m sachant que $\frac{5}{12} = \frac{m}{15}$. Utilisons le produit en croix :

$$\frac{5}{12} = \frac{m}{15} \text{ donc } 5 \times 15 = 12 \times m \text{ d'où } m = \frac{5 \times 15}{12} = \frac{75}{12} = \frac{25 \times 3}{4 \times 3} = \frac{25}{4} \text{ ou } \mathbf{6,25}$$

II Addition et soustraction

1. Exemples

$$\frac{6}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6+4}{7} = \frac{10}{7} \qquad \frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{3,5}{11} + \frac{-2,5}{11} = \frac{3,5 + (-2,5)}{11} = \frac{1,5}{11}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} + \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

2. La règle

Pour additionner 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire, il faut

- 1) les simplifier,
- 2) les réduire au même dénominateur,
- 3) additionner les numérateurs,
- 4) garder le dénominateur commun,
- 5) simplifier le résultat si possible

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

3. Exercices

 Calculer

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$

Le dénominateur commun est toujours un multiple des dénominateurs (le plus petit possible). Ici 12

$$5 + \frac{-3}{8} =$$

Un nombre entier peut être considéré comme une fraction de dénominateur 1. Ici $5 = \frac{5}{1}$

$$\frac{8}{30} + \frac{27}{36} - \frac{7}{21} =$$

Penser à simplifier chaque fraction avant tout autre calcul

III Multiplication

1. Exemples

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{4}{35} \times \frac{-49}{8} = \frac{4 \times (-49)}{35 \times 8} = -\frac{4 \times 7 \times 7}{5 \times 7 \times 2 \times 4} = -\frac{7}{10}$$

2. La règle

Pour multiplier 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Il est préférable de simplifier les facteurs communs avant d'effectuer les multiplications

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

3. Exercices :

Calculer

$$-3 \times \frac{5}{7} =$$

Un nombre entier peut être considéré comme une fraction de dénominateur 1. Ici $-3 = \frac{-3}{1}$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$

$$\frac{-48}{21} \times \frac{28}{-36} =$$

48 et 36 sont dans la table de 12 et pourront être simplifiés. De même 28 et 21 qui sont dans la table de 7.

Une bonne maîtrise des tables de multiplication est ici aussi incontournable

$$\frac{3}{7} - \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} =$$

Attention aux priorités, lorsqu'il n'y a pas de parenthèses, la multiplication a priorité sur l'addition

IV Inverse d'un nombre non nul

2 nombres relatifs sont inverses lorsque leur produit est égal à 1

Exemples : $2 \times 0,5 = 1$ donc 2 et 0,5 sont inverses. On dit aussi 0,5 est l'inverse de 2
 $-100 \times -0,01 = 1$ On peut dire aussi -100 a pour inverse -0,01.
 $0 \times \dots$ ne sera jamais égal à 1 donc **0 n'a pas d'inverse**

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$ en effet, $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

L'inverse de $\frac{2}{5}$ est $\frac{5}{2}$ puisque $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 5}{5 \times 2} = \frac{10}{10} = 1$

L'inverse d'un nombre non nul désigné par la lettre x peut se noter $\frac{1}{x}$

L'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

V Division

1. La règle

Pour diviser par un nombre (non nul), on peut multiplier par son inverse.

Si $b \neq 0$ $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$; Si $b \neq 0$
 $c \neq 0$
 $d \neq 0$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

2. Exemples :

$$\frac{4}{5} : \frac{5}{8} = \frac{4}{5} \times \frac{8}{5} = \frac{4 \times 8}{5 \times 5} = \frac{32}{25}$$

$$\frac{-3}{5} : 2 = \frac{-3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{-3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{-3}{10}$$

$$7 : \frac{14}{-9} = 7 \times \frac{-9}{14} = \frac{7 \times (-9)}{14} = -\frac{7 \times 9}{7 \times 2} = -\frac{9}{2}$$

Les écritures à « étages » :

Il faut bien observer la position du signe « = » ou la taille des barres de fraction.

$$\frac{\frac{3}{8}}{-5} = \frac{3}{8} : (-5) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{-5} = -\frac{3}{40}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{5 - \frac{1}{4}}{3 + \frac{4}{5}} = \left(5 - \frac{1}{4}\right) : \left(3 + \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{20}{4} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{15}{5} + \frac{4}{5}\right) = \frac{19}{4} : \frac{19}{5} = \frac{19}{4} \times \frac{5}{19} = \frac{5}{4}$$