



I Valeur numérique d'une expression littérale

Faire l'activité sur tableur [ici](#)

Exemples : Calculer la valeur numérique de l'expression $5 + 3x^2$ pour $x = 4$

La lettre x est remplacée par la valeur 4.

On obtient le calcul suivant $5 + 3 \times 4^2 =$

En respectant les priorités $5 + 3 \times 16 =$

$$5 + 48 = \mathbf{53}$$

Même question pour l'expression $3x^2 - 2x + 7$ pour $x = -4$

$$3x^2 - 2x + 7 =$$

La lettre x apparaît 2 fois, mais c'est la même valeur -4

$$3 \times (-4)^2 - 2 \times (-4) + 7 =$$

les puissances d'abord

$$3 \times 16 - 2 \times (-4) + 7 =$$

puis les produits

$$48 + 8 + 7 = \mathbf{63}$$

les sommes pour terminer

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, en l'absence de parenthèses, il faut respecter l'ordre suivant des opérations

1. les puissances
2. les multiplications et divisions
3. les additions et soustractions

II Réduire une expression littérale

1. Exemples

$$3x + 4x = \mathbf{7x} \quad \text{car } 3x + 4x = x(3 + 4)$$

$$7a - 9a = \mathbf{-2a} \quad \text{car } 7a - 9a = a(7 - 9)$$

$$x - 7x = \mathbf{-6x} \quad \text{car } x - 7x = x(1 - 7)$$

Nous avons transformé une **somme** en un **produit**.

Cette opération s'appelle une **factorisation**

Formules de factorisation

a, b et k étant des nombres relatifs

$$ka + kb = k(a + b)$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

somme

produit

2. Exercices résolus

Réduire les sommes algébriques suivantes

$$5x^2 + 3x - 7 - 2x^2 - 4x + 6 =$$

On ne peut réduire que des « objets » identiques

$$5x^2 - 2x^2 + 3x - 4x - 7 + 6 =$$

que l'on peut regrouper (en conservant le signe qui les précède)

$$3x^2 + (-x) - 1 =$$

après réduction

$$\mathbf{3x^2 - x - 1}$$

les x^2 et les x ne peuvent pas se réduire

Factoriser les sommes suivantes

$$7x + 21 =$$

Il n'y a pas de lettre ni de nombre communs, mais 21 peut s'écrire 3×7

$$\mathbf{7(x + 3)}$$

7 est un facteur commun dans les 2 termes de la somme (c'est le k de la formule)

$$\mathbf{7(x + 3)}$$

On lit : 7 facteur de $(x + 3)$

$$8a^2 - 16a =$$

$$8a \times a - 2 \times 8a =$$

$$\mathbf{8a(a - 2)}$$

Décomposons chaque terme pour faire apparaître des facteurs communs
8 et a sont des facteurs communs aux 2 termes

3. Règle de suppression des parenthèses

a, b, c et d étant des nombres relatifs

$$a + (-b + c - d) = a - b + c - d$$

On peut supprimer des parenthèses précédées du signe + (ainsi que le signe +) sans changer les signes de la parenthèse

$$a - (-b + c - d) = a + b - c + d$$

On peut supprimer des parenthèses précédées du signe - (ainsi que le signe -) en changeant tous les signes de la parenthèse

Applications : Supprimer les parenthèses et réduire

$$\begin{aligned} \neg (x^2 + 6x) + (3x^2 - x) &= \\ x^2 + 6x + 3x^2 - x &= \\ \mathbf{4x^2 + 5x} & \end{aligned}$$

Les 2 parenthèses sont précédées du signe + (ou pas de signe) on peut les supprimer sans changer les signes.
 On réduit après avoir regroupé les termes en x^2 et en x

$$\begin{aligned} \neg -(x^2 + 6x) + (-3x^2 - x) &= \\ -x^2 - 6x - 3x^2 - x &= \\ \mathbf{-4x^2 - 7x} & \end{aligned}$$

La première parenthèse est précédée du signe -, il faut changer les signes à l'intérieur mais pas la 2^{ème} précédée du signe +.
 Comme précédemment, on réduit les termes de « même unité » (les x^2 ensembles et les x ensembles)

III Développer une expression littérale

On développe un **produit** en le transformant en **somme**. C'est l'opération contraire de la factorisation.

1. Règles de distributivité

L'aire du rectangle peut s'exprimer de deux façons :

- Longueur x largeur
 $k(a + b)$
- Somme des deux aires à l'intérieur
 $ka + kb$



Ces deux expressions sont égales puisqu'elles représentent la même aire

a, b et k étant des nombres relatifs

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

produit

somme

Exemples :

$$5(x - 9) = 5 \times x - 5 \times 9 = 5x - 45$$

$$\pi(4 - R) = \pi \times 4 - \pi \times R = 4\pi - \pi R$$

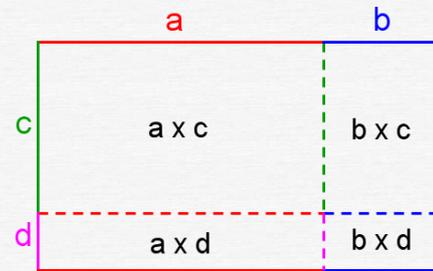
$$-3(-6 + x) = -3 \times (-6) + (-3) \times x = +18 - 3x$$

Le facteur commun est « distribué » (multiplié) à chaque terme de la somme

2. Développer un produit de deux sommes : $(a + b)(c + d)$

L'aire du rectangle peut s'exprimer de deux façons :

- Longueur x largeur
 $(a + b)(c + d)$
- Somme des aires à l'intérieur
 $ac + ad + bc + bd$



Ces deux expressions sont égales puisqu'elles représentent la même aire.

Formule de développement
a, b, c, d étant des nombres relatifs

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples : Développer puis réduire les produits suivants

$$\begin{aligned} &-(3 + x)(y + 7) = \\ &3xy + 3x7 + xy + x7 = \\ &3y + 21 + xy + 7x \end{aligned}$$

Le premier terme 3 est multiplié par y puis par 7, le 2^{ème} terme x est multiplié aussi par y et par 7. Les écritures sont réduites. Les 4 termes restants, ne peuvent plus se réduire

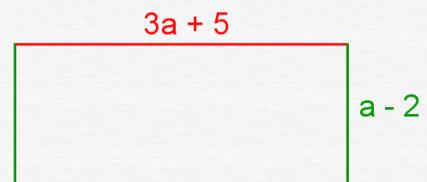
$$\begin{aligned} &-(x - 3)(7 - x) = \\ &x \times 7 + x \times (-x) + (-3) \times 7 + (-3) \times (-x) = \\ &7x + (-x^2) + (-21) + (+3x) = \\ &7x - x^2 - 21 + 3x = \\ &10x - x^2 - 21 \end{aligned}$$

Les multiplications se font comme dans l'exemple précédent mais chaque nombre est multiplié avec le signe qui le précède. Avec un peu d'entraînement, on peut écrire directement la 4^{ème} ligne en réfléchissant mentalement au signe du produit et à la réduction de l'écriture

$$\begin{aligned} &-(3a + 4)(-2a - 5) = \\ &3a \times (-2a) + 3a \times (-5) + 4 \times (-2a) + 4 \times (-5) = \\ &-6a^2 - 15a - 8a - 20 = \\ &-6a^2 - 23a - 20 \end{aligned}$$

On peut noter ici le calcul $3a \times (-2a) = 3 \times a \times (-2) \times a =$ en regroupant $3 \times (-2) \times a \times a = -6 \times a^2 = -6a^2$

a étant un nombre supérieur à 3, exprimer l'aire et le périmètre de ce rectangle en fonction de a.



La formule de l'aire d'un rectangle est $L \times l$. On a ici $L = 3a + 5$ et $l = a - 2$

Le produit s'écrit donc $(3a + 5)(a - 2)$. En développant on obtient

$$3a \times a - 3a \times 2 + 5 \times a - 5 \times 2 =$$

$$3a^2 - 6a + 5a - 10 = \text{On peut réduire les « a »}$$

L'aire du rectangle est $3a^2 - a - 10$

Une formule du périmètre est $(L + l) \times 2$

$$\text{D'où } (3a + 5 + a - 2) \times 2 =$$

$$(4a + 3) \times 2 =$$

$$4a \times 2 + 3 \times 2 =$$

Le périmètre du rectangle est $8a + 6$