



# I Ecriture fractionnaire

## 1. Egalité

2 écritures fractionnaires sont égales si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

**Exemples :** simplifier  $\frac{49}{21} = \frac{7 \times 7}{7 \times 3} = \frac{7}{3}$

On simplifie par 7

transformer en fraction  $\frac{2,2}{6,61} = \frac{220}{661}$

On multiplie (les 2 nbrs) par 100

Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors  $a \times d = b \times c$

et

Si  $a \times d = b \times c$  alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

C'est l'égalité des **produits en croix**

## 2. Addition (et soustraction)

Pour additionner 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire, il faut les mettre au même dénominateur. On additionne alors les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

**Exemples :**  $\frac{2}{7} + \frac{5}{14} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} + \frac{5}{14} = \frac{4}{14} + \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{-1}{6}$$

Le dénominateur commun est toujours un multiple des dénominateurs (le plus petit possible)

$$-4 + \frac{8}{5} = \frac{-4}{1} + \frac{8}{5} = \frac{-4 \times 5}{1 \times 5} + \frac{8}{5} = \frac{-20}{5} + \frac{8}{5} = \frac{-13}{5}$$

## 3. Multiplication

Pour multiplier 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Il est préférable de simplifier les facteurs communs avant d'effectuer les multiplications

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Exemples :**  $\frac{3}{5} \times \frac{-7}{8} = \frac{3 \times (-7)}{5 \times 8} = -\frac{21}{40}$

$$\frac{15}{4} \times \frac{8}{25} = \frac{15 \times 8}{4 \times 25} = \frac{3 \times \cancel{5} \times 2 \times 4}{\cancel{4} \times 5 \times 5} = \frac{6}{5}$$

## 4. Division

Pour diviser par un nombre (non nul), on peut multiplier par son inverse.

Si  $b \neq 0$   $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$  ;

Si  $b \neq 0$   
 $c \neq 0$   
 $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**Exemples :**  $\frac{8}{-5} = \frac{3}{8} : (-5) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{-5} = -\frac{3}{40}$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

## II Puissance d'un nombre relatif

### 1. Exposant entier positif ou négatif

**a** étant un nombre relatif,  
**n** un nombre entier positif ( $\neq 0$ )

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

et ( si  $a \neq 0$ )

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**n** s'appelle **l'exposant**

$a^n$  est une puissance de **a** et se lit « **a** exposant **n** » ou « **a** puissance **n** »

$a^{-n}$  est l'inverse de  $a^n$

**Exemples :**  $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$  (il y a 5 facteurs 2) *ne pas confondre avec  $2 \times 5 = 10$*

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

cas particuliers :  $a^{-1} = \frac{1}{a}$

**l'inverse** d'un nombre  $a \neq 0$ , peut s'écrire  $a^{-1}$

$$a^1 = a$$

un nombre **sans exposant** est toujours à la **puissance 1**

par convention  $a^0 = 1$

**pour tout nombre  $a \neq 0$ ,  $a^0 = 1$**

ne pas confondre  $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

$$\text{et } 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

### 2. Puissances de 10

Les définitions sont les mêmes lorsque  $a = 10$

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \text{ 00} \dots \text{ 0}}_{n \text{ zéros}}$$

et

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0, \text{ 00} \dots \text{ 01}}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$$

**Exemples :**  $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$  (il y a 4 zéros)

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$$
 (il y a 3 chiffres après la virgule, le dernier est 1)

$$23,5 \times 10^3 = 23\,500$$

$$23,5 \times 10^{-2} = 0,235$$

## III Ecriture scientifique d'un nombre décimal

**L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme  $a \times 10^n$ , le nombre  $a$  ayant un seul chiffre avant la virgule ( $\neq 0$ ) et  $n$  étant un nombre relatif.**

**Exemples :**  $23\,500 = 235 \times 10^2 = 23,5 \times 10^3 = \mathbf{2,35 \times 10^4}$  est l'écriture scientifique

$$0,0087 = 87 \times 10^{-4} = \mathbf{8,7 \times 10^{-3}}$$
 est l'écriture scientifique.

$$-1995 = -199,5 \times 10 = -19,95 \times 10^2 = \mathbf{-1,995 \times 10^3}$$
 est l'écriture scientifique

quelques préfixes :

$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	10	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$
téra	Giga	méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano	pico
T	G	M	k	h	da	d	c	m	$\mu$ (mu)	$\eta$ (nu)	p

## IV Calculs avec les puissances

**a** et **b** désignent deux nombres relatifs non nuls, **n** et **p** désignent deux nombres entiers relatifs :

Les règles de calculs :

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------------	--

**Exemples :**  $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

$$10^7 \times 10^{-9} = 10^{7+(-9)} = 10^{-2}$$

$$\frac{7^4}{7^3} = 7^{4-3} = 7^1 = 7$$

$$\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$$

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$\frac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

$$[(-8)^2]^5 = (-8)^{2 \times 5} = (-8)^{10}$$

$$(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32}$$

**Exercices :** On donne l'expression  $E = \frac{8 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-3}}$

Calculer E et donner le résultat en écriture décimale

Donner l'écriture scientifique du résultat.

*D'après Brevet Madagascar juin 2006*

On considère les nombres

$$A = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times (10^2)^3}$$

En précisant toutes les étapes du calcul :

- Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible
- Ecrire B sous la forme  $a \times 10^n$ , où a et n représentent des nombres entiers.